

Herramientas para la Toma de Decisiones en la Empresa Eléctrica
Salvador Acha Daza
Secretario Técnico de la SEPLADE y Presidente del NIAT, S.C.
sacha@seplade.michoacan.gob.mx

Resumen.- La operación óptima de sistemas hidro-térmicos es un problema complejo y de gran escala. La solución se puede abordar con simplificaciones, por ejemplo en plantas hidráulicas se puede considerar que la altura del embalse permanece constante; despreciando el cambio de altura al usar un volumen de agua. En primera aproximación, las plantas hidráulicas se consideran aisladas sin formar sistemas en cascada y que el agua se usa una ocasión para ser turbinada. Para la red eléctrica se inicia con despreciar pérdidas y se trabaja solamente los flujos de potencia real. En este trabajo se enfatiza la naturaleza no lineal del problema y los principios que permiten interpretar adecuadamente los resultados; se ilustra con ejemplos los conceptos desarrollados.

Antecedentes.- La variación de la altura en embalses hidroeléctricos se ha tratado con diversos modelos, como el Glimn-Kirchmayer [1]. El-Hawary et al. [2], usan el método de Newton para el problema de flujos óptimos de sistemas Hidro-térmicos (FOSHT), incluyendo el cambio en altura. La formulación FOSHT es completa, pero no incluye plantas hidroeléctricas en cascada. En [3] se tratan sistemas en cascada, pero no se modela con detalle la red eléctrica; se usan expresiones aproximadas para las pérdidas.

Cuando se trata de incluir detalles de la red eléctrica y/o de la red hidráulica se ha separado el problema [4-11] en un subsistema eléctrico y otro hidráulico. La partición se trabaja de manera iterativa y secuencial o en forma paralela. La solución completa se tiene iterando entre los subsistemas, hasta satisfacer el criterio de convergencia. Las simplificaciones frecuentes se tienen a) En el subsistema eléctrico con red sin pérdidas y desacoplado del problema de reactivos. b) En la red hidráulica plantas con altura constante y que el agua viaja instantáneamente entre embalses acoplados.

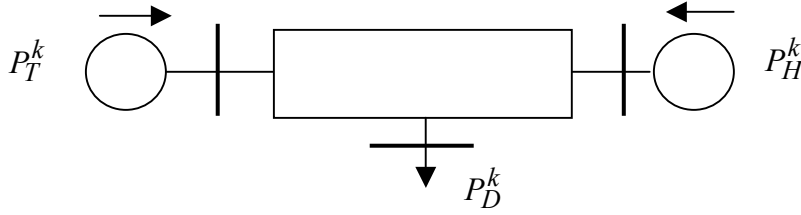
El enfoque en este trabajo es hacia una solución unificada para el problema de optimización de los sistemas hidro-térmicos, modelando la red eléctrica por medio de ecuaciones de flujos y la red hidráulica incluyendo la variación de altura en el embalse. En general se considera que puede haber plantas hidráulicas en cascada y que el tiempo de viaje del agua entre embalses acoplados es finito.

Modelo y su solución.- Se plantea la minimizar el costo total de operación del sistema hidro-térmico. La condición matemática necesaria, suponiendo convexidad, para tener un óptimo es: gradiente igualado a cero. El gradiente es un sistema de ecuaciones no lineales, las cuales se resuelven con el método iterativo de Newton. Una formulación de Flujos Óptimos para Sistemas Hidro-térmicos (FOSHT) se inició en [12] sin restricciones de desigualdad, mencionando cómo pueden incluirse de manera eficiente. Un trabajo posterior [13] analizó la estructura y propiedades del problema completo. Se encontró: a) Que la solución se logra mediante problemas de menor dimensión, si se resuelve la parte eléctrica y la hidráulica respectivamente; sin simplificaciones al sistema original. b) La "descomposición" es natural, al ordenar las ecuaciones del problema y sus restricciones.

Un algoritmo atractivo para resolver flujos óptimos es el Newton (FON), por sus buenas características de convergencia y mediante funciones de penalización [13-20] puede incluirse eficientemente restricciones de desigualdad. Las funciones de penalización no alteran la estructura del problema sin restricciones [13-16]. Con este procedimiento, se logran soluciones rápidas, ya que se tiene cambios menores en las ecuaciones originales.

Una tarea difícil, para los algoritmos de optimización [13-16], es la identificación de restricciones activas en cada paso iterativo. Existen dos procedimientos para la formulación de FON, incluyendo restricciones: 1) El método de "iteración-prueba" [13-16], 2) El de ajuste en la penalización [18-19], o penalización adaptiva.

Ecuaciones Básicas de Coordinación Hidrotérmica.- Se debe suministrar una demanda P_D , y considerar pérdidas con valor P_L , en el intervalo de tiempo k .



El objetivo es minimizar el costo del combustible usado en la planta térmica, en el período $[0, T_f]$, cumpliendo con la restricción de demanda más las pérdidas y la restricción de igualdad del volumen de agua a turbinar.

$$\min \sum_{k=1}^{T_f} C(P_T^k) t_k$$

$$s. a. P_D^k + P_L^k - P_H^k - P_T^k = 0$$

$$\sum_{k=1}^{T_f} q(P_H^k, h^k) t_k - b = 0 \quad b - \text{volumen total disponible}$$

La función de costo, incluyendo multiplicadores de Lagrange para las restricciones de igualdad resulta en el Lagrangiano.

$$\zeta = \sum_{k=1}^{T_f} \left[C(P_T^k) t_k + \lambda_P^k (P_D^k + P_L^k - P_T^k - P_H^k) t_k \right] + \lambda_h \left[\sum_{k=1}^{T_f} q(P_H^k, h^k) t_k - b \right]$$

La solución se tiene con el gradiente igualado a cero, en cada período en que se discretiza el horizonte de estudio. El costo incremental en el nodo térmico penalizado por pérdidas, y λ_h como valor del agua al multiplicarse por el gasto incremental da el “costo incremental equivalente” para la unidad hidráulica y con el factor de penalización correspondiente dará una operación al “mismo costo incremental” para el sistema hidroeléctrico.

$$\nabla \zeta = \begin{bmatrix} \frac{\partial \zeta}{\partial P_T^k} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial P_H^k} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda_P^k} \\ \vdots \\ \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda_h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial C(P_T^k)}{\partial P_T^k} t_k + \lambda_P^k \left(\frac{\partial P_L^k}{\partial P_T^k} - 1 \right) t_k \\ \lambda_P^k \left(\frac{\partial P_L^k}{\partial P_H^k} - 1 \right) t_k + \lambda_h \frac{\partial q(P_H^k, h^k)}{\partial P_H^k} t_k \\ (P_D^k + P_L^k - P_T^k - P_H^k) t_k \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^{T_f} q(P_H^k, h^k) t_k - b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_P^k = \frac{\partial C(P_T^k)}{\partial P_T^k} \left(1 - \frac{\partial P_L^k}{\partial P_T^k}\right)^{-1} = \lambda_h \frac{\partial q(P_H^k, h^k)}{\partial P_H^k} \left(1 - \frac{\partial P_L^k}{\partial P_H^k}\right)^{-1}$$

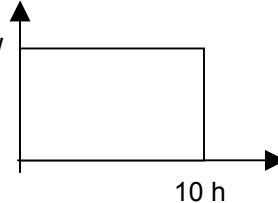
La última componente del gradiente relaciona el gasto q en función de la potencia a generar por la hidroeléctrica, la altura del embalse y el tiempo t_k en que se tiene el gasto.

$$q(P_H^1, h^1)t_1 + q(P_H^2, h^2)t_2 + \dots + q(P_H^{T_f}, h^{T_f})t_{T_f} - b = 0$$

Ejemplo 1.- Con el costo de un equivalente térmico, el gasto en una hidráulica, las pérdidas eléctricas y una demanda de 450 MW por 10 horas. Minimizar el costo de operación del sistema e interpretar los resultados al disponer de un volumen $b = 1,000$ MPC.

$$C(P_T) = 2.7 P_T + 0.003 P_T^2 \quad \$/h \quad 450 \text{ MW}$$

$$q(P_H) = 8.568 + 0.216 P_H \quad \text{MCF/h}$$

$$P_L(P_T, P_H) = 0.4 \times 10^{-4} P_T^2 + 1.43 \times 10^{-4} P_H^2$$


El Lagrangiano, su gradiente en un periodo, y el sistema no lineal resultante:

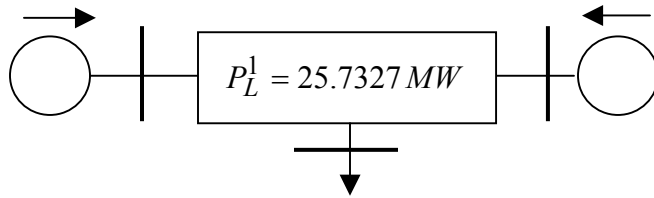
$$\zeta = C(P_T^1)t_1 + \lambda_P^1 (P_D^1 + P_L^1 - P_T^1 - P_H^1)t_1 + \lambda_h [q(P_H^1, h^1)t_1 - b]$$

$$\nabla \zeta = \begin{bmatrix} \frac{\partial \zeta}{\partial P_T^1} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial P_H^1} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda_P^1} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda_h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial C(P_T^1)}{\partial P_T^1} t_1 + \lambda_P^1 \left(\frac{\partial P_L^1}{\partial P_T^1} - 1\right) t_1 \\ \lambda_P^1 \left(\frac{\partial P_L^1}{\partial P_H^1} - 1\right) t_1 + \lambda_h \frac{\partial q(P_H^1, h^1)}{\partial P_H^1} t_1 \\ (P_D^1 + P_L^1 - P_T^1 - P_H^1) t_1 \\ q(P_H^1, h^1) t_1 - b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (2.7 + 0.006 P_T^1) t_1 + \lambda_P^1 (0.8 \times 10^{-4} P_T^1 - 1) t_1 \\ \lambda_P^1 (2.86 \times 10^{-4} P_H^1 - 1) t_1 + \lambda_h (0.216) t_1 \\ (450 + 0.4 \times 10^{-4} (P_L^1)^2 - P_T^1 + 1.43 \times 10^{-4} (P_H^1)^2 - P_T^1 - P_H^1) t_1 \\ (8.568 + 0.216 P_H^1) t_1 - 1,000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Converge en 3 iteraciones, con valores iniciales $[P_T P_H \lambda_P \lambda_H]=[250 \ 250 \ 2 \ 2]$. Los resultados comprueban que el óptimo se tiene al operar al "mismo costo incremental".

$$P_T^1 = 52.4364 \text{ MW} \qquad P_H^1 = 423.2963 \text{ MW}$$



$$P_D^1 = 450 \text{ MW}$$

$$\lambda_P^1 = 3.0273 \text{ \$/MWh}$$

$$\lambda_H = 12.3186 \text{ \$/MPC}$$

$$\lambda = \frac{dC}{dP_T^1} = 3.0146 \text{ \$/MWh}$$

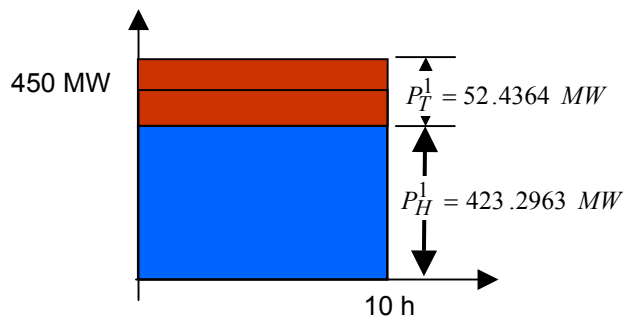
$$\lambda_H \frac{\partial q}{\partial P_H^1} = 2.66082 \text{ \$/MWh}$$

$$\frac{\partial P_L^1}{\partial P_T^1} = 0.004195 \text{ pu}$$

$$\frac{\partial P_L^1}{\partial P_H^1} = 0.121063 \text{ pu}$$

$$\frac{dC}{dP_T^1} \left(1 - \frac{\partial P_L^1}{\partial P_T^1}\right)^{-1} = 3.0273 \text{ \$/MWh}$$

$$\lambda_H \frac{\partial q}{\partial P_H^1} \left(1 - \frac{\partial P_L^1}{\partial P_H^1}\right)^{-1} = 3.2073 \text{ \$/MWh}$$



Ejemplo 2.- Con el costo de un equivalente térmico, el gasto en una hidráulica, las pérdidas eléctricas y una demanda como se muestra. Minimizar el costo de operación del sistema e interpretar los resultados al disponer de un volumen $b = 1,000$ MPC.

$$C(P_T) = 2.7 P_T + 0.003(P_T)^2 \quad \$/h$$

$$q(P_H) = 8.568 + 0.216 P_H \quad MCF/h$$

$$P_L(P_T, P_H) = 0.4 \times 10^{-4} (P_T)^2 + 1.43 \times 10^{-4} (P_H)^2$$

$$\zeta = C(P_T^1) t_1 + \lambda_P^1 (P_D^1 + P_L^1 - P_T^1 - P_H^1) t_1 + \lambda_h [q(P_H^1, h^1) t_1 + q(P_H^2, h^2) t_2 - b] \\ + C(P_T^2) t_2 + \lambda_P^2 (P_D^2 + P_L^2 - P_T^2 - P_H^2) t_2$$

$$P_T^1 = 401.3474 \text{ MW}$$

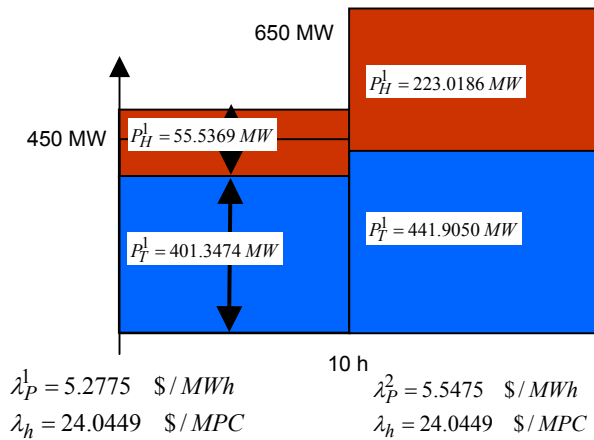
$$P_H^1 = 55.5369 \text{ MW}$$

$$P_T^1 + P_H^1 = 456.8843 \text{ MW}$$

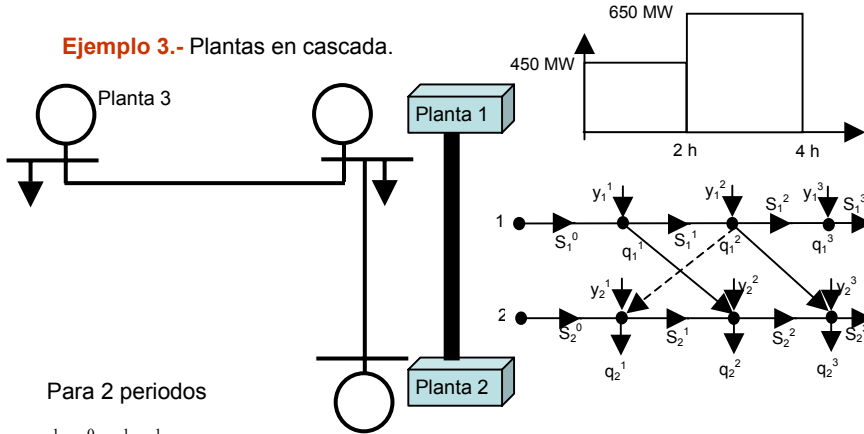
$$P_T^2 = 441.9050 \text{ MW}$$

$$P_H^2 = 223.0186 \text{ MW}$$

$$P_T^2 + P_H^2 = 664.9236 \text{ MW}$$



Ejemplo 3.- Plantas en cascada.



Para 2 periodos

$$\begin{aligned} S_1^1 - S_1^0 &= y_1^1 - q_1^1 \\ S_2^1 - S_2^0 &= y_2^1 - q_2^1 + q_1^2 \\ S_1^2 - S_1^1 &= y_1^2 - q_1^2 \\ S_2^2 - S_2^1 &= y_2^2 - q_2^2 + q_1^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta &= C(P_T^1) t_1 + \lambda_P^1 (P_D^1 + P_L^1 - P_T^1 - P_{H1}^1 - P_{H2}^1) t_1 \\ &+ C(P_T^2) t_2 + \lambda_P^2 (P_D^2 + P_L^2 - P_T^2 - P_{H1}^2 - P_{H2}^2) t_2 \\ &+ \lambda_{h1}^1 (S_1^1 - S_1^0 - y_1^1 + q_1^1) + \lambda_{h1}^2 (S_1^2 - S_1^1 - y_1^2 + q_1^2) \\ &+ \lambda_{h2}^1 (S_2^1 - S_2^0 - y_2^1 + q_2^1) + \lambda_{h2}^2 (S_2^2 - S_2^1 - y_2^2 + q_2^2 - q_1^3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta &= C(P_T^1) t_1 + \lambda_P^1 (P_D^1 + P_L^1 - P_T^1 - P_{H1}^1 - P_{H2}^1) t_1 \\ &+ C(P_T^2) t_2 + \lambda_P^2 (P_D^2 + P_L^2 - P_T^2 - P_{H1}^2 - P_{H2}^2) t_2 \\ &+ \lambda_{h1}^1 (S_1^1 - S_1^0 - y_1^1 + q_1^1) + \lambda_{h1}^2 (S_1^2 - S_1^1 - y_1^2 + q_1^2) \\ &+ \lambda_{h2}^1 (S_2^1 - S_2^0 - y_2^1 + q_2^1) + \lambda_{h2}^2 (S_2^2 - S_2^1 - y_2^2 + q_2^2 - q_1^3) \end{aligned}$$

$$\nabla \zeta = \begin{bmatrix} \frac{\partial \zeta}{\partial P_T^1} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial P_{H1}^1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dC}{dP_T^1} - \lambda_P^1 \\ -\lambda_P^1 + (\lambda_{h1}^1 - \lambda_{h2}^2) \frac{dq_1^1}{dP_{H1}^1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{dC}{dP_T^1} = \lambda_P^1 = (\lambda_{h1}^1 - \lambda_{h2}^2) \frac{dq_1^1}{dP_{H1}^1}$$

Operación al mismo costo incremental equivalente.

Conclusiones.- El problema de coordinación hidro-térmica es un problema no lineal y de gran escala. Para resolver una red real se debe incluir pérdidas eléctricas, la variación de altura, plantas en cascada y retardos de tiempo en el viaje del agua en el modelo hidráulico, así como restricciones de desigualdad. Al unificar el problema térmico e hidráulico y resolverlo por el método de Newton se tiene una solución eficiente que permite usar, en el horizonte de estudio, el agua disponible. Los multiplicadores de Lagrange tienen utilidad práctica al fijar el costo marginal de corto plazo (costo del próximo MWh), y el valor del agua por volumen. Estos conceptos permiten la toma de decisiones en la operación económica de un sistema eléctrico y es información básica para fijar tarifas por nodo eléctrico, así como el valor al liberar una restricción.

Referencias

1. A. F. Glimn, L. K. Kirchmayer, "Economic Operation of Variable-head Hydro-Electric Plants", AIEE Trans. Vol. 77, Part III, pp. 1070-1079, 1958.
2. M. E. El-Hawary. K. M. Ravindranath, "Hydro-thermal Power Flow Scheduling Accounting for Head Variations", IEEE TPS Vol. 7, No. 3, pp. 1222-1238, August, 1992.
3. M. E. El-Hawary. G. S. Christensen, Optimal Economic Operation of Electric Power Systems, Academic Press, 1979.
4. T. Ohishi, S. Soares, M. F. Cavalho, "A Short Term Scheduling Approach for Dominantly Hydro Systems", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 6, No. 2, pp. 637-643, May, 1991.
5. L. A. F. M. Ferreira, "On the Convergence of the Classic Hydro-thermal Coordination Algorithm", IEEE TPS Vol. 9, No. 2, pp. 1002-1008, May, 1994.
6. R. A. Duncan, D. J. Engherg, "Optimal Hydrothermal Coordination for Multiple Reservoir River Systems, IEEE Transactions PAS Vol. 104, No. 5, pp. 1154-1159, May 1985.
7. P. A. Bonaert, A. H. El-Abiad, A. J. Koivo, "Optimal Scheduling of Hydrothermal Power Systems by a Decomposition Technique Using Perturbations", PICA Conference, Boston Mass., May 24-26, 1971.
8. H. Brannlund, O. Sjelvgren, N. Anderson, "Optimal Short Term Operation Planning of Large Hydrothermal Power Systems Based on a Nonlinear network Flow Concept", IEEE PWRS-1, No. 4, pp. 75-82, November, 1986.

9. P. E. C. Franco, M. F. Carvalho, S. Soares, "A network Flow Model for Short Term Hydro Dominated Hydrothermal Scheduling Problems, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 9, pp. 1016-1022, May, 1994.
10. H. Habibollahzadeh, G. X. Luo, A. Semlyen, "Hydrothermal Optimal Power Flow Based on a Combined Linear and Nonlinear Programming Methodology", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 4, No. 2, pp. 530-537, May, 1989.
11. J. Yang, N. Chen, "Short Term Hydrothermal Coordination Using Multipass Dynamic Programming", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 4, No. 3, pp. 1050-1056, August, 1989.
12. Marcelino Madrigal Martínez, Salvador Acha Daza, *Flujos Óptimos para la Solución del Despacho Económico a Corto Plazo en Sistemas Hidrotérmicos, Parte I*, Reporte de Investigación DIE-01-95, FIME-UANL, Febrero, 1995.
13. Marcelino Madrigal Martínez, Salvador Acha Daza, *Flujos Óptimos para la Solución del Despacho Económico a Corto Plazo en Sistemas Hidrotérmicos, Parte II*, Reporte de Investigación DIE-03-95, FIME-UANL, Junio, 1995.
14. M. Ramamoorthy, J. Gopala Rao, "Economic Load Scheduling of Thermal Power Systems Using the Penalty Function Approach", IEEE Trans. PAS, Vol. PAS-89, No. 8, pp. 2075-2078, December, 1970.
15. B. H. Chowdhury, S. Rahman, "A Review of Recent Advances in Economic Dispatch", IEEE Trans. PAS Vol. 5, No. 4, pp. 1248-1259, November, 1990.
16. D. I. Sun, B. Ashley, B. Brewer, A. Hughes, W. F. Tinney, "Optimal Power Flow Solution by Newton Method", IEEE Trans. PAS Vol. 103, No. 10, pp. 2864-2880, October, 1982.
17. D. I. Sun, A. Hughes, W. F. Tinney, J. M. Bright, J. Lamont, "Optimal Power Flow Solution by Newton Method", Tutorial Course IEEE, 1987.
18. D. I. Sun, T. Hu, G. Lin, C. Lin, C. Chen, "Experiences with Implementing Optimal Power Flow for Reactive Scheduling in the Taiwan Power System", IEEE/PES Summer Meeting, San Francisco, Cal., July 12-17, 1987.
19. G. A. María, J. A. Findlay, "A Newton Optimal Power Flow Program for Ontario Hydro EMS", IEEE PWRS, Vol. 2, No. 3, pp. 579-584, August, 1987.
20. O. Monticelli, W. E. Liu, "Adaptive Movement Penalty Method for the Newton Optimal Power Flow", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 7, No. 1, pp. 334-342, February, 1992.
21. R. C. Burchett, H. H. Happ, D. R. Vierath, "Quadratically Convergent Optimal Power Flow", IEEE Trans. PAS Vol. 103, No. 11, pp. 3267-3275, November, 1984.